

This Question Paper consists of **33 questions** [Section-A (10) + Section-B (6) + Section-C (12) + Section-D (5)] and **14 printed pages** and a **Graph sheet**.

इस प्रश्न-पत्र में **33 प्रश्न** [खण्ड-अ (10) + खण्ड-ब (6) + खण्ड-स (12) + खण्ड-द (5)] तथा **14 मुद्रित पृष्ठ** हैं और एक **ग्राफ शीट** है ।

Roll No.
अनुक्रमांक

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Code No. 65/OSS/1
कोड नं.

SET/सेट



MATHEMATICS

(गणित)

(311)

Day and Date of Examination

(परीक्षा का दिन व दिनांक)

Signature of Invigilators

1.

(निरीक्षकों के हस्ताक्षर)

2.

General Instructions :

- Candidate must write his/her Roll Number on the first page of the Question Paper.
- Please check the Question Paper to verify that the total pages and total number of questions contained in the Question Paper are the same as those printed on the top of the first page. Also check to see that the questions are in sequential order.
- Making any identification mark in the Answer-Book or writing Roll Number anywhere other than the specified places will lead to disqualification of the candidate.
- Write your Question Paper Code No. **65/OSS/1, Set-[A]** on the Answer-Book.
- (a) The Question Paper is in English/Hindi medium only. However, if you wish, you can answer in any one of the languages listed below :
English, Hindi, Urdu, Punjabi, Bengali, Tamil, Malayalam, Kannada, Telugu, Marathi, Oriya, Gujarati, Konkani, Manipuri, Assamese, Nepali, Kashmiri, Sanskrit and Sindhi.
You are required to indicate the language you have chosen to answer in the box provided in the Answer-Book.
(b) If you choose to write the answer in the language other than Hindi and English, the responsibility for any errors/mistakes in understanding the question will be yours only.

सामान्य अनुदेश :

- परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें।
- कृपया प्रश्न-पत्र को जाँच लें कि प्रश्न-पत्र के कुल पृष्ठों तथा प्रश्नों की उतनी ही संख्या है जितनी प्रथम पृष्ठ के सबसे ऊपर छपी है। इस बात की जाँच भी कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं।
- उत्तर-पुस्तिका में पहचान-चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य ठहराया जायेगा।
- अपनी उत्तर-पुस्तिका पर प्रश्न-पत्र की कोड संख्या **65/OSS/1, सेट-[A]** लिखें।
- (क) प्रश्न-पत्र केवल हिंदी/अंग्रेजी माध्यम में है। फिर भी, यदि आप चाहें तो नीचे दी गई किसी एक भाषा में उत्तर दे सकते हैं: अंग्रेजी, हिंदी, उर्दू, पंजाबी, बंगला, तमिल, मलयालम, कन्नड़, तेलुगु, मराठी, उड़िया, गुजराती, कोंकणी, मणिपुरी, असमिया, नेपाली, कश्मीरी, संस्कृत और सिंधी।
कृपया उत्तर-पुस्तिका में दिए गए बॉक्स में लिखें कि आप किस भाषा में उत्तर लिख रहे हैं।
(ख) यदि आप हिंदी एवं अंग्रेजी के अतिरिक्त किसी अन्य भाषा में उत्तर लिखते हैं, तो प्रश्नों को समझने में होने वाली त्रुटियों / गलतियों की जिम्मेदारी केवल आपकी होगी।

65/OSS/1-311-A]

1



[Contd...

MATHEMATICS

(गणित)

(311)

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 100

समय : 3 घण्टे]

[पूर्णांक : 100

- Note :**
- (i) This question paper consists of **four Sections**, viz., 'A', 'B', 'C' and 'D' containing 33 questions.
 - (ii) Question Nos. **1 to 10** in **Section 'A'** are multiple-choice questions (MCQ). Each question carries **1 mark**. In each question, there are four choices (A), (B), (C) and (D) of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your Answer-Book by writing (A), (B), (C) or (D) as the case may be. No extra time is allotted for attempting these questions.
 - (iii) Question Nos. **11 to 16** in **Section 'B'** are very short-answer questions and carry **2 marks** each.
 - (iv) Question Nos. **17 to 28** in **Section 'C'** are short-answer questions and carry **4 marks** each.
 - (v) Question Nos. **29 to 33** in **Section 'D'** are long-answer questions and carry **6 marks** each.
 - (vi) **All questions are compulsory**. There is no overall choice, however, alternative choices are given in some questions. In such questions, you have to attempt only one choice.

- निर्देश :**
- (i) इस प्रश्न-पत्र में कुल **33** प्रश्न हैं, जो चार खण्डों 'अ', 'ब', 'स' तथा 'द' में विभाजित हैं।
 - (ii) खण्ड-‘अ’ में प्रश्न संख्या **1** से **10** तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए **1 अंक** निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी उत्तर-पुस्तिका में (A), (B), (C) अथवा (D) जो सही हो, उत्तर के रूप में लिखना है। इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए कोई अतिरिक्त समय नहीं दिया जाएगा।
 - (iii) खण्ड-‘ब’ में प्रश्न संख्या **11** से **16** तक अति लघु-उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **2 अंक** निर्धारित हैं।
 - (iv) खण्ड-‘स’ में प्रश्न संख्या **17** से **28** तक लघु-उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **4 अंक** निर्धारित हैं।
 - (v) खण्ड-‘द’ में प्रश्न संख्या **29** से **33** तक दीर्घ-उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **6 अंक** निर्धारित हैं।
 - (vi) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। पूर्ण प्रश्न-पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है।



SECTION – A

खण्ड – अ

1 The direction ratios of the line $6x - 5 = 3y - 1 = 2z + 4$ are : 1

रेखा $6x - 5 = 3y - 1 = 2z + 4$ के दिक् अनुपात हैं :

(A) 5, 1, -4 (B) 6, 3, 2

(C) $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ (D) $\frac{5}{6}, \frac{1}{3}, -2$

2 If $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$ and $A + B$ is an identity matrix, then matrix B is : 1

यदि $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$ तथा $A + B$ एक इकाई आव्यूह है, तो आव्यूह B होगा :

(A) $\begin{bmatrix} -4 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

3 $\int \frac{1}{x^2 + 4} dx$ is equal to : 1

$\int \frac{1}{x^2 + 4} dx$ बराबर है :

(A) $\tan^{-1} \frac{x}{2} + c$ (B) $\sin^{-1} \frac{x}{2} + c$

(C) $\frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{x}{2} + c$ (D) $\frac{1}{4} \log \left| \frac{x+2}{x-2} \right| + c$



4 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 5x}{3x^2}$ is equal to : 1

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 5x}{3x^2}$ बराबर है :

(A) $\frac{25}{9}$ (B) $\frac{5}{3}$

(C) $\frac{25}{3}$ (D) $\frac{3}{5}$

5 If A is an invertible matrix of order 3 and $|A|=5$, then $|adj A|$ is : 1

यदि A क्रम 3 का व्युत्क्रमणीय आव्यूह है तथा $|A|=5$ है, तो $|adj A|$ होगा :

(A) 25 (B) 125

(C) 625 (D) 5

6 For what value of x , the matrix $A = \begin{bmatrix} 4 & 3-x \\ -3 & 1+x \end{bmatrix}$ is singular ? 1

x के किस मान के लिए आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 4 & 3-x \\ -3 & 1+x \end{bmatrix}$ व्युत्क्रमणी है ?

(A) $\frac{5}{7}$ (B) -13

(C) $\frac{5}{2}$ (D) $-\frac{13}{7}$

7 If $f(x) = \frac{x^2+1}{x+1}$, then $f'(1)$ is : 1

यदि $f(x) = \frac{x^2+1}{x+1}$ है, तो $f'(1)$ है :

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$

(C) $\frac{3}{2}$ (D) 1



- 8 The interval in which the function $f(x) = \cos x$ in $(0, 2\pi)$ is increasing is : 1

वह अन्तराल जिसमें फलन $f(x) = \cos x$, $(0, 2\pi)$ पर, वर्धमान है :

- (A) $(0, \pi)$ (B) $(\pi, 2\pi)$
(C) $(0, 2\pi)$ (D) $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$

- 9 The degree of the differential equation $2\frac{d^3y}{dx^3} + 3\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + 5\frac{dy}{dx} + y = 0$ is : 1

अवकल समीकरण $2\frac{d^3y}{dx^3} + 3\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + 5\frac{dy}{dx} + y = 0$ की कोटी है :

- (A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 4

- 10 Which one of the following sentences is not a statement? 1

- (A) 7 is an odd number.
(B) $\sqrt{3}$ is not a rational number.
(C) Mathematics is a difficult subject.
(D) There are 10 months in a year.

निम्न वाक्यों में से कौन सा एक वाक्य कथन नहीं है?

- (A) 7 एक विषम संख्या है।
(B) $\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या नहीं है।
(C) गणित एक कठीन विषय है।
(D) एक वर्ष में 10 महीने होते हैं।



SECTION – B

खण्ड – ब

11 If $f : \{4, 6, 7\} \rightarrow \{1, 2, 4\}$ and $g : \{1, 2, 4\} \rightarrow \{1, 5, 6\}$ be defined 2

as $f = \{(4, 2), (6, 4), (7, 1)\}$ and $g = \{(2, 1), (1, 6), (4, 5)\}$, then define gof .

यदि $f : \{4, 6, 7\} \rightarrow \{1, 2, 4\}$ तथा $g : \{1, 2, 4\} \rightarrow \{1, 5, 6\}$ इस प्रकार परिभाषित है कि

$f = \{(4, 2), (6, 4), (7, 1)\}$ तथा $g = \{(2, 1), (1, 6), (4, 5)\}$, तो gof परिभाषित कीजिए।

12 Show that the tangents to the curve $y = 3x^2 - 5x + 2$ at $(1, 0)$ and $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ 2

are at right angles.

दर्शाइए कि वक्र $y = 3x^2 - 5x + 2$ पर स्थित बिन्दुओं $(1, 0)$ तथा $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ पर स्पर्श रेखाएँ लम्बवत् हैं।

13 Find the second order derivative of $\tan x + \log(\sin x)$ w.r.t. x . 2

x के सापेक्ष, $\tan x + \log(\sin x)$ का दूसरी कोटि का अवकलज ज्ञात कीजिए।

14 For the principal values, evaluate 2

$$\tan^{-1} 1 + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$$

मुख्य मानों के लिए

$$\tan^{-1} 1 + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) \text{ का मान ज्ञात कीजिए।}$$



15 Find the value of λ for which the vectors

2

$$\vec{a} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 9\hat{k} \text{ and } \vec{b} = -2\hat{i} + 4\hat{j} + \lambda\hat{k} \text{ are}$$

(i) parallel (ii) perpendicular.

λ का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए सदिश $\vec{a} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 9\hat{k}$ तथा

$$\vec{b} = -2\hat{i} + 4\hat{j} + \lambda\hat{k}$$

(i) समान्तर हैं (ii) लम्बवत् हैं।

OR / अथवा

Find the angle between the planes $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) = 5$ and $\vec{r} \cdot (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) = 6$.

तलों $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) = 5$ तथा $\vec{r} \cdot (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) = 6$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

16 Write (i) converse and (ii) contrapositive of the statement

2

"If a number is divisible by 3, then the sum of its digits is divisible by 3".

कथन "यदि कोई संख्या 3 से विभाजित होती है, तो उसके अंकों का जोड़ 3 से विभाजित होता है"

का (i) विलोम तथा (ii) प्रतिधनात्मक लिखिए।



SECTION – C

खण्ड – स

17 If $A' = [-3 \ 5 \ 2]$ and $B = [1 \ 6 \ -4]$, then verify that $(AB)' = B'A'$. 4

यदि $A' = [-3 \ 5 \ 2]$ तथा $B = [1 \ 6 \ -4]$ है, तो सत्यापित कीजिए कि $(AB)' = B'A'$

18 Find whether the relation R on the set Z of all integers defined by 4

$(x, y) \in R \Leftrightarrow x - y$ is divisible by 3, is an equivalence relation on Z .

ज्ञात कीजिए कि पूर्णांक संख्याओं के समुच्चय Z में सम्बन्ध R जो $(x, y) \in R \Leftrightarrow x - y$, 3 से विभाजित होता है द्वारा परिभाषित है, क्या Z पर एक समतुल्य सम्बन्ध है?

19 If the function $f(x)$ defined by 4

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + b, & x < 3 \\ 2x - 1, & 3 \leq x \leq 5 \\ 2ax - 3b, & 5 < x \end{cases}$$

is continuous for all $x \in R$, then find the values of a and b .

यदि फलन $f(x)$ जो

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + b, & x < 3 \\ 2x - 1, & 3 \leq x \leq 5 \\ 2ax - 3b, & 5 < x \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है, सभी $x \in R$ पर सतत है, तो a तथा b के मान ज्ञात कीजिए।



20 Find

4

ज्ञात कीजिए $\int \frac{1}{(x+1)(2x+1)} dx$.

OR / अथवा

Draw a sketch of the region bounded by the curve $y^2 = 4x$ and the lines $x=1$ and $x=4$ using integration, find the area of this bounded region.

वक्र $y^2 = 4x$ तथा रेखाओं $x=1$ तथा $x=4$ के बीच घिरे क्षेत्र का ग्राफ खींचें तथा समाकलन का प्रयोग करते हुए इस घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

21 For any three vectors $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, prove that

4

$$[\vec{b} \quad \vec{a} + \vec{c} \quad \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}] = 0$$

कोई तीन सदिशों $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ के लिए सिद्ध कीजिए कि

$$[\vec{b} \quad \vec{a} + \vec{c} \quad \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}] = 0$$

OR / अथवा

If $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are three vectors such that $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, then prove that

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}.$$

यदि तीन सदिश $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ इस प्रकार हैं कि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}.$$



- 22 Find the derivative of $\tan^{-1}\left(\sqrt{1+x^2}+x\right)$ with respect to x . 4

$\tan^{-1}\left(\sqrt{1+x^2}+x\right)$ का x के सापेक्ष अवकलज ज्ञात कीजिए।

- 23 Evaluate $\int_1^4 (|x-1|+|x-2|) dx$. 4

$\int_1^4 (|x-1|+|x-2|) dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

- 24 Find the equation of the plane passing through the point $(-1, 2, 1)$ and perpendicular to the line joining the points $(-3, 1, 2)$ and $(2, 3, 4)$. 4

बिन्दु $(-1, 2, 1)$ से होकर जाने वाले उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं $(-3, 1, 2)$ तथा $(2, 3, 4)$ से होकर जाती हुई रेखा पर लम्ब है।

- 25 If $3\sin(xy)+4\cos(xy)=5$, then find $\frac{dy}{dx}$. 4

यदि $3\sin(xy)+4\cos(xy)=5$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

If $x^y = y^x$, then find $\frac{dy}{dx}$.

यदि $x^y = y^x$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।



26 Find

4

ज्ञात कीजिए

$$\int \frac{4x}{2x^2 + x - 1} dx$$

27 Prove that

4

सिद्ध कीजिए

$$\tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{7} + \tan^{-1} \frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}$$

28 Using properties of determinants, prove that

4

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$$



SECTION – D

खण्ड – द

- 29 Prove that the area of right angled triangle of given hypotenuse is maximum when the triangle is isosceles. 6

सिद्ध कीजिए कि दिए गए विकर्ण वाले समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल अधिकतम होगा जब यह त्रिभुज समद्विबाहु होगा।

- 30 Solve the following system of equations using matrices : 6

$$3x + y - 2z = -5$$

$$x + y + z = 5$$

$$4x + 2y + 3z = 16$$

आव्यूह विधि का प्रयोग करते हुए निम्न समीकरणों के निकाय को हल कीजिए :

$$3x + y - 2z = -5$$

$$x + y + z = 5$$

$$4x + 2y + 3z = 16$$

- 31 Find the particular solution of the differential equation 6

$$x \frac{dy}{dx} = y - \sqrt{x^2 + y^2} \text{ given that } y=1 \text{ when } x=0.$$

अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} = y - \sqrt{x^2 + y^2}$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि $y=1$

जब $x=0$ है।

OR / अथवा



Find the particular solution of the differential equation

$$(x^2 - 1) \frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{x^2 - 1}, \text{ given } y(0) = 0.$$

अवकल समीकरण $(x^2 - 1) \frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{x^2 - 1}$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि

$$y(0) = 0 \text{ है।}$$

32 Show that the lines

6

$$\vec{r} = -(\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}) + \lambda(3\hat{i} + 5\hat{j} + 7\hat{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = (2\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(\hat{i} + 4\hat{j} + 7\hat{k})$$

are coplanar. Find the Cartesian equation of the plane containing these lines.

दर्शाइए कि रेखाएँ

$$\vec{r} = -(\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}) + \lambda(3\hat{i} + 5\hat{j} + 7\hat{k}) \text{ तथा}$$

$$\vec{r} = (2\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(\hat{i} + 4\hat{j} + 7\hat{k})$$

समतलीय हैं। उस समतल का कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए जिसमें ये रेखाएँ स्थित हैं।

OR / अथवा

Find the distance of the point $(1, -1, 2)$ from the plane determined by the points $(3, -1, 2)$, $(5, 2, 4)$ and $(-1, -1, 6)$.

बिन्दुओं $(3, -1, 2)$, $(5, 2, 4)$ तथा $(-1, -1, 6)$ से निर्धारित समतल की बिन्दु $(1, -1, 2)$ से दूरी ज्ञात कीजिए।



33 A manufacturer makes almirahs and trunks. He has two Machines A and B. The almirahs requires 3 hours on Machine A and 3 hours on Machine B. The trunk requires 3 hours on Machine A and 2 hours on Machine B. Machines A and B can work for almost 18 hours and 15 hours per day respectively. He earns a profit of ₹ 800 per almirah and ₹ 700 per trunk. Formulate this as a LPP and find graphically how many almirahs and trunks must he make each day to make maximum profit?

6

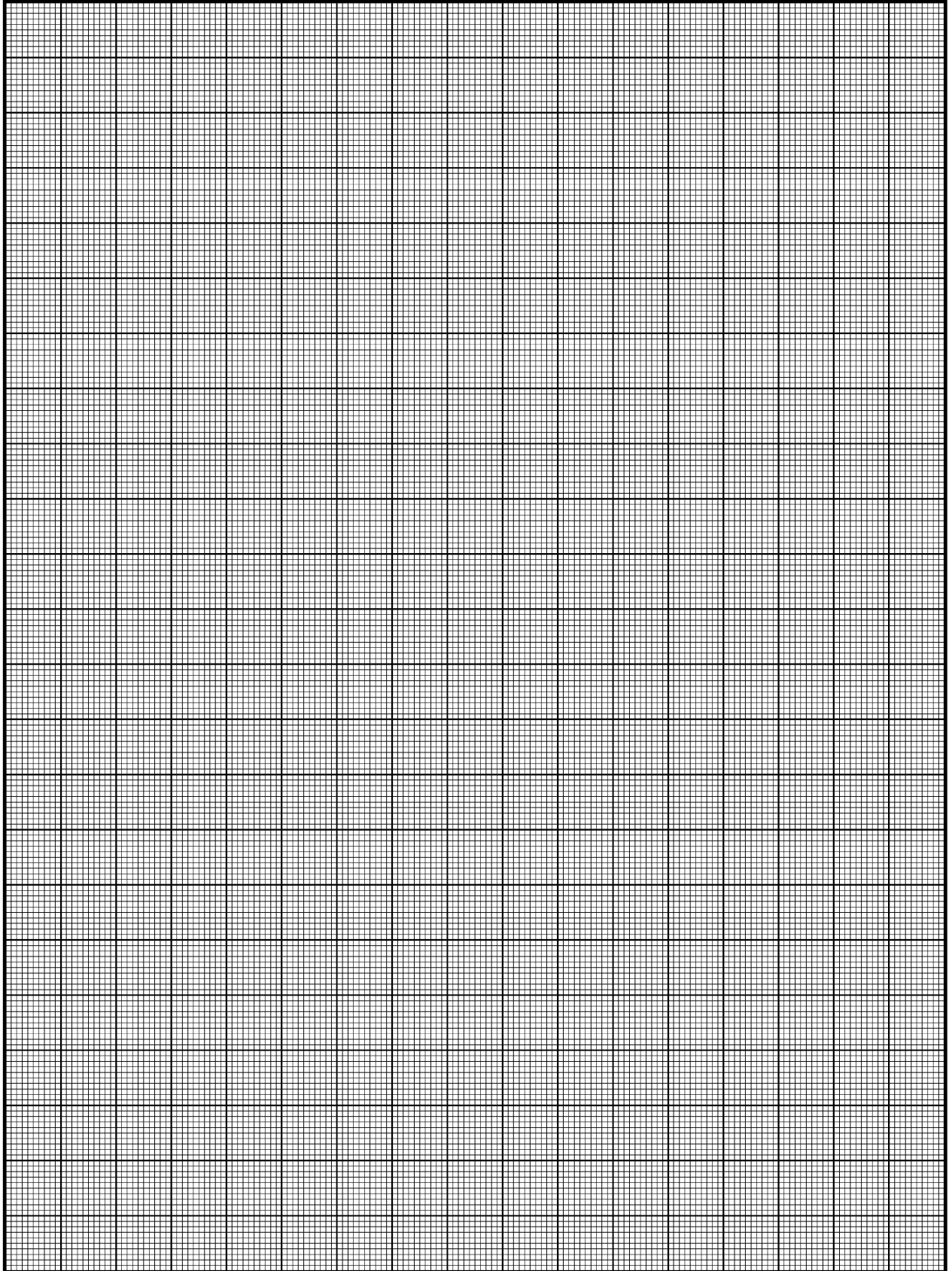
एक निर्माता अलमारियां तथा ट्रंक बनाता है। उसके पास दो मशीनें A तथा B हैं। एक अलमारी को बनाने के लिए मशीन A पर 3 घंटे तथा मशीन B पर भी 3 घंटे आवश्यक हैं। एक ट्रंक को बनाने में मशीन A पर 3 घंटे तथा मशीन B पर 2 घंटे आवश्यक हैं। मशीन A तथा B प्रतिदिन अधिकतम क्रमशः 18 घंटे तथा 15 घंटे ही काम कर सकती हैं। वह एक अलमारी पर ₹ 800 तथा एक ट्रंक पर ₹ 700 कमाता है। इसे एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में लिखिए। आलेख द्वारा ज्ञात कीजिए कि अधिकतम लाभ पाने के लिए वह प्रतिदिन कितनी अलमारी तथा ट्रंक बनाए?





Roll No.
अनुक्रमांक

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



This Question Paper consists of **33 questions** [Section-A (10) + Section-B (6) + Section-C (12) + Section-D (5)] and **14 printed pages** and a **Graph sheet**.

इस प्रश्न-पत्र में **33 प्रश्न** [खण्ड-अ (10) + खण्ड-ब (6) + खण्ड-स (12) + खण्ड-द (5)] तथा **14 मुद्रित पृष्ठ** हैं और एक **ग्राफ शीट** है ।

Roll No.
अनुक्रमांक

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Code No. 65/OSS/1
कोड नं.

SET/सेट

B

MATHEMATICS

(गणित)

(311)

Day and Date of Examination

(परीक्षा का दिन व दिनांक)

Signature of Invigilators

(निरीक्षकों के हस्ताक्षर)

1.

2.

General Instructions :

- Candidate must write his/her Roll Number on the first page of the Question Paper.
- Please check the Question Paper to verify that the total pages and total number of questions contained in the Question Paper are the same as those printed on the top of the first page. Also check to see that the questions are in sequential order.
- Making any identification mark in the Answer-Book or writing Roll Number anywhere other than the specified places will lead to disqualification of the candidate.
- Write your Question Paper Code No. **65/OSS/1, Set-B** on the Answer-Book.
- (a) The Question Paper is in English/Hindi medium only. However, if you wish, you can answer in any one of the languages listed below :
English, Hindi, Urdu, Punjabi, Bengali, Tamil, Malayalam, Kannada, Telugu, Marathi, Oriya, Gujarati, Konkani, Manipuri, Assamese, Nepali, Kashmiri, Sanskrit and Sindhi.
You are required to indicate the language you have chosen to answer in the box provided in the Answer-Book.
(b) If you choose to write the answer in the language other than Hindi and English, the responsibility for any errors/mistakes in understanding the question will be yours only.

सामान्य अनुदेश :

- परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें।
- कृपया प्रश्न-पत्र को जाँच लें कि प्रश्न-पत्र के कुल पृष्ठों तथा प्रश्नों की उतनी ही संख्या है जितनी प्रथम पृष्ठ के सबसे ऊपर छपी है। इस बात की जाँच भी कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं।
- उत्तर-पुस्तिका में पहचान-चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य ठहराया जायेगा।
- अपनी उत्तर-पुस्तिका पर प्रश्न-पत्र की कोड संख्या **65/OSS/1, सेट-B** लिखें।
- (क) प्रश्न-पत्र केवल हिंदी/अंग्रेजी माध्यम में है। फिर भी, यदि आप चाहें तो नीचे दी गई किसी एक भाषा में उत्तर दे सकते हैं: अंग्रेजी, हिंदी, उर्दू, पंजाबी, बंगला, तमिल, मलयालम, कन्नड़, तेलुगु, मराठी, उड़िया, गुजराती, कोंकणी, मणिपुरी, असमिया, नेपाली, कश्मीरी, संस्कृत और सिंधी।
कृपया उत्तर-पुस्तिका में दिए गए बॉक्स में लिखें कि आप किस भाषा में उत्तर लिख रहे हैं।
(ख) यदि आप हिंदी एवं अंग्रेजी के अतिरिक्त किसी अन्य भाषा में उत्तर लिखते हैं, तो प्रश्नों को समझने में होने वाली त्रुटियों / गलतियों की जिम्मेदारी केवल आपकी होगी।

65/OSS/1-311-B]

1



[Contd...

MATHEMATICS

(गणित)

(311)

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 100

समय : 3 घण्टे]

[पूर्णांक : 100

- Note :**
- (i) This question paper consists of **four Sections**, viz., 'A', 'B', 'C' and 'D' containing 33 questions.
 - (ii) Question Nos. **1 to 10** in **Section 'A'** are multiple-choice questions (MCQ). Each question carries **1 mark**. In each question, there are four choices (A), (B), (C) and (D) of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your Answer-Book by writing (A), (B), (C) or (D) as the case may be. No extra time is allotted for attempting these questions.
 - (iii) Question Nos. **11 to 16** in **Section 'B'** are very short-answer questions and carry **2 marks** each.
 - (iv) Question Nos. **17 to 28** in **Section 'C'** are short-answer questions and carry **4 marks** each.
 - (v) Question Nos. **29 to 33** in **Section 'D'** are long-answer questions and carry **6 marks** each.
 - (vi) **All questions are compulsory**. There is no overall choice, however, alternative choices are given in some questions. In such questions, you have to attempt only one choice.

- निर्देश :**
- (i) इस प्रश्न-पत्र में कुल **33** प्रश्न हैं, जो चार खण्डों 'अ', 'ब', 'स' तथा 'द' में विभाजित हैं।
 - (ii) खण्ड-‘अ’ में प्रश्न संख्या **1** से **10** तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए **1 अंक** निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी उत्तर-पुस्तिका में (A), (B), (C) अथवा (D) जो सही हो, उत्तर के रूप में लिखना है। इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए कोई अतिरिक्त समय नहीं दिया जाएगा।
 - (iii) खण्ड-‘ब’ में प्रश्न संख्या **11** से **16** तक अति लघु-उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **2 अंक** निर्धारित हैं।
 - (iv) खण्ड-‘स’ में प्रश्न संख्या **17** से **28** तक लघु-उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **4 अंक** निर्धारित हैं।
 - (v) खण्ड-‘द’ में प्रश्न संख्या **29** से **33** तक दीर्घ-उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **6 अंक** निर्धारित हैं।
 - (vi) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। पूर्ण प्रश्न-पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है।



SECTION – A

खण्ड – अ

- 1 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 5x}{3x^2}$ is equal to : 1

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 5x}{3x^2}$ बराबर है :

- (A) $\frac{25}{9}$ (B) $\frac{5}{3}$
(C) $\frac{25}{3}$ (D) $\frac{3}{5}$

- 2 If $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}$ and $2A+B$ as a zero matrix, then matrix B is : 1

यदि $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}$ तथा $2A+B$ एक शून्य आव्यूह है, तो आव्यूह B होगा :

- (A) $\begin{bmatrix} -4 & 6 \\ 2 & -10 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$
(C) $\begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -10 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 10 \end{bmatrix}$

- 3 The interval in which the function $f(x) = \cos x$ in $(0, 2\pi)$ is increasing is : 1

वह अन्तराल जिसमें फलन $f(x) = \cos x$, $(0, 2\pi)$ पर, वर्धमान है :

- (A) $(0, \pi)$ (B) $(\pi, 2\pi)$
(C) $(0, 2\pi)$ (D) $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$



4 Which one of the following sentences is not a statement? 1

- (A) 7 is an odd number.
(B) $\sqrt{3}$ is not a rational number.
(C) Mathematics is a difficult subject.
(D) There are 10 months in a year.

निम्न वाक्यों में से कौन सा एक वाक्य कथन नहीं है?

- (A) 7 एक विषम संख्या है।
(B) $\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या नहीं है।
(C) गणित एक कठीन विषय है।
(D) एक वर्ष में 10 महीने होते हैं।

5 For what value of x , the matrix $A = \begin{bmatrix} 4 & 3-x \\ -3 & 1+x \end{bmatrix}$ is singular? 1

x के किस मान के लिए आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 4 & 3-x \\ -3 & 1+x \end{bmatrix}$ व्युत्क्रमणी है?

- (A) $\frac{5}{7}$ (B) -13
(C) $\frac{5}{2}$ (D) $-\frac{13}{7}$

6 The direction ratios of the line $6x - 5 = 3y - 1 = 2z + 4$ are : 1

रेखा $6x - 5 = 3y - 1 = 2z + 4$ के दिक् अनुपात हैं :

- (A) 5, 1, -4 (B) 6, 3, 2
(C) $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ (D) $\frac{5}{6}, \frac{1}{3}, -2$



7 $\int \frac{1}{x^2+4} dx$ is equal to : 1

$\int \frac{1}{x^2+4} dx$ बराबर है :

(A) $\tan^{-1} \frac{x}{2} + c$

(B) $\sin^{-1} \frac{x}{2} + c$

(C) $\frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{x}{2} + c$

(D) $\frac{1}{4} \log \left| \frac{x+2}{x-2} \right| + c$

8 The degree of the differential equation $2 \frac{d^3 y}{dx^3} + 3 \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^3 + 5 \frac{dy}{dx} + y = 0$ is : 1

अवकल समीकरण $2 \frac{d^3 y}{dx^3} + 3 \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^3 + 5 \frac{dy}{dx} + y = 0$ की कोटी है :

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

9 If A is an invertible matrix of order 3 and $|A| = 5$, then $|adj A|$ is : 1

यदि A क्रम 3 का व्युत्क्रमणीय आव्यूह है तथा $|A| = 5$ है, तो $|adj A|$ होगा :

(A) 25

(B) 125

(C) 625

(D) 5

10 If $f(x) = \frac{x^2+1}{x+1}$, then $f'(1)$ is : 1

यदि $f(x) = \frac{x^2+1}{x+1}$ है, तो $f'(1)$ है :

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $-\frac{1}{2}$

(C) $\frac{3}{2}$

(D) 1



SECTION – B

खण्ड – ब

- 11 Find the second order derivative of $\tan x + \log(\sin x)$ w.r.t. x . 2

x के सापेक्ष, $\tan x + \log(\sin x)$ का दूसरी कोटि का अवकलज ज्ञात कीजिए।

- 12 Find the value of λ for which the vectors 2

$$\vec{a} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 9\hat{k} \text{ and } \vec{b} = -2\hat{i} + 4\hat{j} + \lambda\hat{k} \text{ are}$$

(i) parallel (ii) perpendicular.

λ का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए सदिश $\vec{a} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 9\hat{k}$ तथा

$$\vec{b} = -2\hat{i} + 4\hat{j} + \lambda\hat{k}$$

(i) समान्तर हैं (ii) लम्बवत् हैं।

OR / अथवा

Find the angle between the planes $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) = 5$ and $\vec{r} \cdot (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) = 6$.

तलों $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) = 5$ तथा $\vec{r} \cdot (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) = 6$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।



- 13 Write (i) converse and (ii) contrapositive of the statement 2

"If a number is divisible by 3, then the sum of its digits is divisible by 3".

कथन "यदि कोई संख्या 3 से विभाजित होती है, तो उसके अंकों का जोड़ 3 से विभाजित होता है"

का (i) विलोम तथा (ii) प्रतिधनात्मक लिखिए।

- 14 For the principal values, evaluate the following : 2

मुख्य मानों के लिए निम्न का मान ज्ञात कीजिए :

$$\cot^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) - \operatorname{cosec}^{-1}(-2) + \sec^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$$

- 15 If $f : \{4, 6, 7\} \rightarrow \{1, 2, 4\}$ and $g : \{1, 2, 4\} \rightarrow \{1, 5, 6\}$ be defined 2

as $f = \{(4, 2), (6, 4), (7, 1)\}$ and $g = \{(2, 1), (1, 6), (4, 5)\}$, then define $g \circ f$.

यदि $f : \{4, 6, 7\} \rightarrow \{1, 2, 4\}$ तथा $g : \{1, 2, 4\} \rightarrow \{1, 5, 6\}$ इस प्रकार परिभाषित है कि

$f = \{(4, 2), (6, 4), (7, 1)\}$ तथा $g = \{(2, 1), (1, 6), (4, 5)\}$, तो $g \circ f$ परिभाषित कीजिए।

- 16 Show that the tangents to the curve $y = 3x^2 - 5x + 2$ at $(1, 0)$ and $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ 2

are at right angles.

दर्शाइए कि वक्र $y = 3x^2 - 5x + 2$ पर स्थित बिन्दुओं $(1, 0)$ तथा $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ पर स्पर्श रेखाएँ

लम्बवत् हैं।



SECTION – C

खण्ड – स

17 Find

4

ज्ञात कीजिए $\int \frac{1}{(x+1)(2x+1)} dx$.

OR / अथवा

Draw a sketch of the region bounded by the curve $y^2 = 4x$ and the lines $x=1$ and $x=4$ using integration, find the area of this bounded region.

वक्र $y^2 = 4x$ तथा रेखाओं $x=1$ तथा $x=4$ के बीच घिरे क्षेत्र का ग्राफ खींचें तथा समाकलन का प्रयोग करते हुए इस घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

18 Evaluate $\int_1^4 (|x-1| + |x-2|) dx$.

4

$\int_1^4 (|x-1| + |x-2|) dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

19 If the function $f(x)$ defined by

4

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & , 0 \leq x < 2 \\ 3x + 2 & , 2 \leq x \leq 4 \\ 2ax + 5b & , 4 < x \leq 8 \end{cases}$$

is continuous on $[0, 8]$, then find the values of a and b .

यदि फलन $f(x)$ जो

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & , 0 \leq x < 2 \\ 3x + 2 & , 2 \leq x \leq 4 \\ 2ax + 5b & , 4 < x \leq 8 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है, $[0, 8]$ पर सतत है, तो a तथा b के मान ज्ञात कीजिए।



- 20 Find the equation of the plane passing through the point $(-1, 2, 1)$ and perpendicular to the line joining the points $(-3, 1, 2)$ and $(2, 3, 4)$. 4

बिन्दु $(-1, 2, 1)$ से होकर जाने वाले उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं $(-3, 1, 2)$ तथा $(2, 3, 4)$ से होकर जाती हुई रेखा पर लम्ब है।

- 21 Prove that 4

सिद्ध कीजिए

$$\tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{7} + \tan^{-1} \frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}$$

- 22 Find the derivative of $\tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1+x^2}+1}{x} \right)$ with respect to x . 4

$\tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1+x^2}+1}{x} \right)$ का x के सापेक्ष अवकलज ज्ञात कीजिए।

- 23 If $A' = [-3 \ 5 \ 2]$ and $B = [1 \ 6 \ -4]$, then verify that $(AB)' = B'A'$. 4

यदि $A' = [-3 \ 5 \ 2]$ तथा $B = [1 \ 6 \ -4]$ है, तो सत्यापित कीजिए कि $(AB)' = B'A'$



24 If $3\sin(xy) + 4\cos(xy) = 5$, then find $\frac{dy}{dx}$. 4

यदि $3\sin(xy) + 4\cos(xy) = 5$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

If $x^y = y^x$, then find $\frac{dy}{dx}$.

यदि $x^y = y^x$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

25 Find whether the relation R on the set Z of all integers defined by 4

$(x, y) \in R \Leftrightarrow x - y$ is divisible by 3, is an equivalence relation on Z .

ज्ञात कीजिए कि पूर्णांक संख्याओं के समुच्चय Z में सम्बन्ध R जो $(x, y) \in R \Leftrightarrow x - y$, 3 से विभाजित होता है द्वारा परिभाषित है, क्या Z पर एक समतुल्य सम्बन्ध है?

26 Find 4

ज्ञात कीजिए

$$\int \frac{2x}{\sqrt{2+x-x^2}} dx$$



27 For any three vectors $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, prove that

4

$$[\vec{b} \quad \vec{a} + \vec{c} \quad \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}] = 0$$

कोई तीन सदिशों $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ के लिए सिद्ध कीजिए कि

$$[\vec{b} \quad \vec{a} + \vec{c} \quad \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}] = 0$$

OR / अथवा

If $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are three vectors such that $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, then prove that

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}.$$

यदि तीन सदिश $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ इस प्रकार हैं कि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}.$$

28 Using properties of determinants, prove that

4

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} b+c & c & b \\ c & c+a & a \\ b & a & a+b \end{vmatrix} = 4abc$$



SECTION – D

खण्ड – द

29 Find the particular solution of the differential equation

6

$$x \frac{dy}{dx} = y - \sqrt{x^2 + y^2} \text{ given that } y=1 \text{ when } x=0.$$

अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} = y - \sqrt{x^2 + y^2}$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि $y=1$

जब $x=0$ है।

OR / अथवा

Find the particular solution of the differential equation

$$(x^2 - 1) \frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{x^2 - 1}, \text{ given } y(0) = 0.$$

अवकल समीकरण $(x^2 - 1) \frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{x^2 - 1}$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि

$y(0) = 0$ है।

30 Using matrices, solve the following system of equations :

6

आव्यूह विधि का प्रयोग करते हुए निम्न समीकरणों के निकाय को हल कीजिए :

$$x - y = 3$$

$$2x + 3y + 4z = 17$$

$$y + 2z = 7$$



31 Show that the lines

6

$$\vec{r} = -(\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}) + \lambda(3\hat{i} + 5\hat{j} + 7\hat{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = (2\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(\hat{i} + 4\hat{j} + 7\hat{k})$$

are coplanar. Find the Cartesian equation of the plane containing these lines.

दर्शाइए कि रेखाएँ

$$\vec{r} = -(\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}) + \lambda(3\hat{i} + 5\hat{j} + 7\hat{k}) \text{ तथा}$$

$$\vec{r} = (2\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(\hat{i} + 4\hat{j} + 7\hat{k})$$

समतलीय हैं। उस समतल का कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए जिसमें ये रेखाएँ स्थित हैं।

OR / अथवा

Find the distance of the point (1, -1, 2) from the plane determined by the points (3, -1, 2), (5, 2, 4) and (-1, -1, 6).

बिन्दुओं (3, -1, 2), (5, 2, 4) तथा (-1, -1, 6) से निर्धारित समतल की बिन्दु (1, -1, 2) से दूरी ज्ञात कीजिए।

32 A manufacturer makes almirahs and trunks. He has two Machines

6

A and B. The almirahs requires 3 hours on Machine A and 3 hours on Machine B. The trunk requires 3 hours on Machine A and 2 hours on Machine B. Machines A and B can work for almost 18 hours and 15 hours per day respectively. He earns a profit of ₹ 800 per almirah and ₹ 700 per trunk. Formulate this as a LPP and find graphically how many almirahs and trunks must he make each day to make maximum profit?



एक निर्माता अलमारियां तथा ट्रंक बनाता है। उसके पास दो मशीनें A तथा B हैं। एक अलमारी को बनाने के लिए मशीन A पर 3 घंटे तथा मशीन B पर भी 3 घंटे आवश्यक हैं। एक ट्रंक को बनाने में मशीन A पर 3 घंटे तथा मशीन B पर 2 घंटे आवश्यक हैं। मशीन A तथा B प्रतिदिन अधिकतम क्रमशः 18 घंटे तथा 15 घंटे ही काम कर सकती है। वह एक अलमारी पर ₹ 800 तथा एक ट्रंक पर ₹ 700 कमाता है। इसे एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में लिखिए। आलेख द्वारा ज्ञात कीजिए कि अधिकतम लाभ पाने के लिए वह प्रतिदिन कितनी अलमारी तथा ट्रंक बनाए?

- 33** Prove that the area of right angled triangle of given hypotenuse is maximum when the triangle is isosceles. **6**

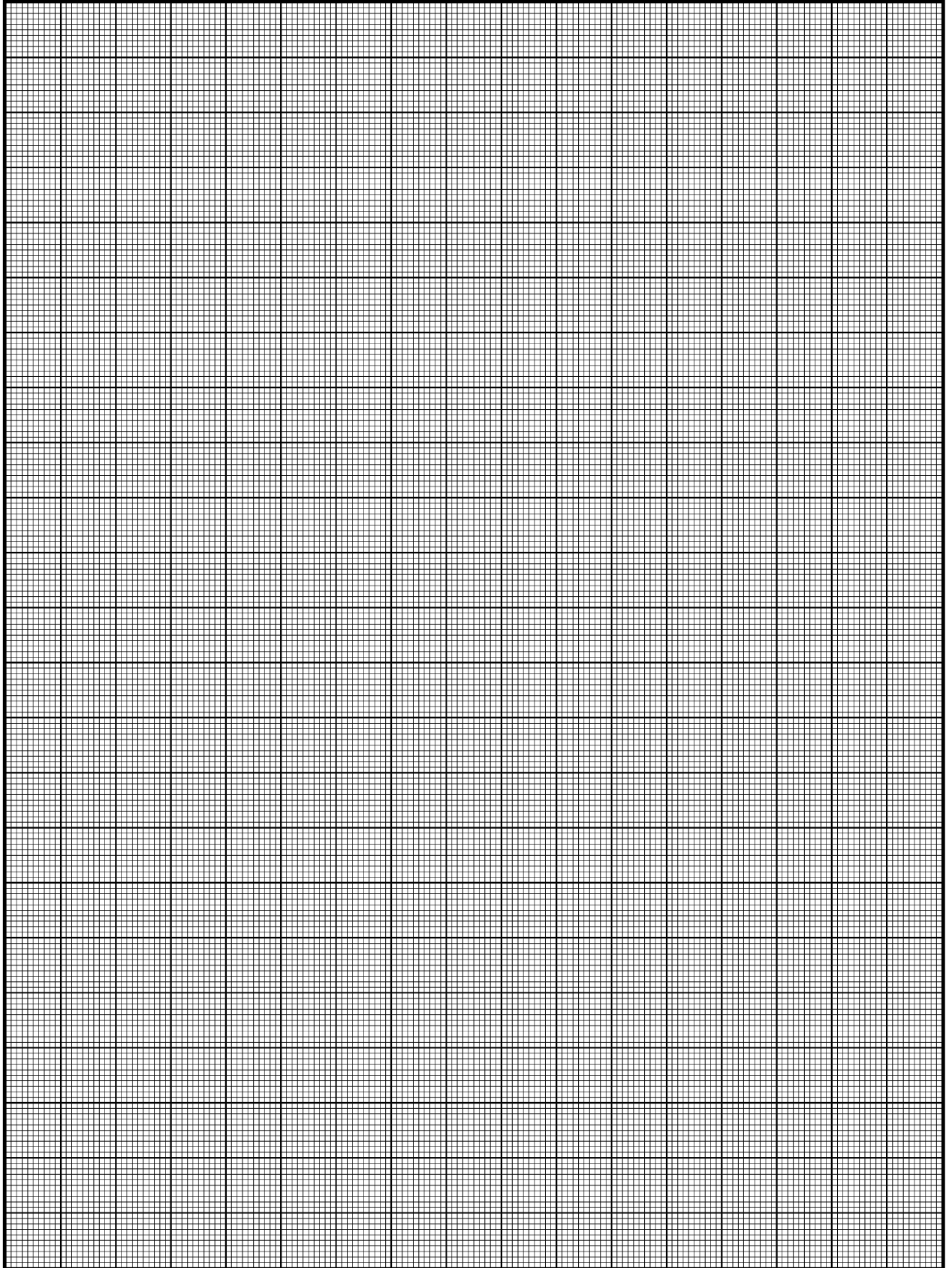
सिद्ध कीजिए कि दिए गए विकर्ण वाले समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल अधिकतम होगा जब यह त्रिभुज समद्विबाहु होगा।





Roll No.
अनुक्रमांक

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



This Question Paper consists of **33 questions** [Section-A (10) + Section-B (6) + Section-C (12) + Section-D (5)] and **14 printed pages** and a **Graph sheet**.

इस प्रश्न-पत्र में **33 प्रश्न** [खण्ड-अ (10) + खण्ड-ब (6) + खण्ड-स (12) + खण्ड-द (5)] तथा **14 मुद्रित पृष्ठ** हैं और एक **ग्राफ शीट** है ।

Roll No.
अनुक्रमांक

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Code No. 65/OSS/1
कोड नं.

SET/सेट

C

MATHEMATICS

(गणित)

(311)

Day and Date of Examination

(परीक्षा का दिन व दिनांक)

Signature of Invigilators

(निरीक्षकों के हस्ताक्षर)

1.

2.

General Instructions :

- 1 Candidate must write his/her Roll Number on the first page of the Question Paper.
- 2 Please check the Question Paper to verify that the total pages and total number of questions contained in the Question Paper are the same as those printed on the top of the first page. Also check to see that the questions are in sequential order.
- 3 Making any identification mark in the Answer-Book or writing Roll Number anywhere other than the specified places will lead to disqualification of the candidate.
- 4 Write your Question Paper Code No. **65/OSS/1, Set-C** on the Answer-Book.
- 5 (a) The Question Paper is in English/Hindi medium only. However, if you wish, you can answer in any one of the languages listed below :
English, Hindi, Urdu, Punjabi, Bengali, Tamil, Malayalam, Kannada, Telugu, Marathi, Oriya, Gujarati, Konkani, Manipuri, Assamese, Nepali, Kashmiri, Sanskrit and Sindhi.
You are required to indicate the language you have chosen to answer in the box provided in the Answer-Book.
(b) If you choose to write the answer in the language other than Hindi and English, the responsibility for any errors/mistakes in understanding the question will be yours only.

सामान्य अनुदेश :

- 1 परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें।
- 2 कृपया प्रश्न-पत्र को जाँच लें कि प्रश्न-पत्र के कुल पृष्ठों तथा प्रश्नों की उतनी ही संख्या है जितनी प्रथम पृष्ठ के सबसे ऊपर छपी है। इस बात की जाँच भी कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं।
- 3 उत्तर-पुस्तिका में पहचान-चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य ठहराया जायेगा।
- 4 अपनी उत्तर-पुस्तिका पर प्रश्न-पत्र की कोड संख्या **65/OSS/1, सेट-C** लिखें।
- 5 (क) प्रश्न-पत्र केवल हिंदी/अंग्रेजी माध्यम में है। फिर भी, यदि आप चाहें तो नीचे दी गई किसी एक भाषा में उत्तर दे सकते हैं: अंग्रेजी, हिंदी, उर्दू, पंजाबी, बंगला, तमिल, मलयालम, कन्नड़, तेलुगु, मराठी, उड़िया, गुजराती, कोंकणी, मणिपुरी, असमिया, नेपाली, कश्मीरी, संस्कृत और सिंधी।
कृपया उत्तर-पुस्तिका में दिए गए बॉक्स में लिखें कि आप किस भाषा में उत्तर लिख रहे हैं।
(ख) यदि आप हिंदी एवं अंग्रेजी के अतिरिक्त किसी अन्य भाषा में उत्तर लिखते हैं, तो प्रश्नों को समझने में होने वाली त्रुटियों / गलतियों की जिम्मेदारी केवल आपकी होगी।

65/OSS/1-311-C]

1



[Contd...

MATHEMATICS

(गणित)

(311)

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 100

समय : 3 घण्टे]

[पूर्णांक : 100

- Note :**
- This question paper consists of **four Sections**, viz., 'A', 'B', 'C' and 'D' containing 33 questions.
 - Question Nos. **1 to 10** in **Section 'A'** are multiple-choice questions (MCQ). Each question carries **1 mark**. In each question, there are four choices (A), (B), (C) and (D) of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your Answer-Book by writing (A), (B), (C) or (D) as the case may be. No extra time is allotted for attempting these questions.
 - Question Nos. **11 to 16** in **Section 'B'** are very short-answer questions and carry **2 marks** each.
 - Question Nos. **17 to 28** in **Section 'C'** are short-answer questions and carry **4 marks** each.
 - Question Nos. **29 to 33** in **Section 'D'** are long-answer questions and carry **6 marks** each.
 - All** questions are **compulsory**. There is no overall choice, however, alternative choices are given in some questions. In such questions, you have to attempt only one choice.

- निर्देश :**
- इस प्रश्न-पत्र में कुल **33** प्रश्न हैं, जो चार खण्डों 'अ', 'ब', 'स' तथा 'द' में विभाजित हैं।
 - खण्ड-‘अ’ में प्रश्न संख्या **1** से **10** तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए **1 अंक** निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी उत्तर-पुस्तिका में (A), (B), (C) अथवा (D) जो सही हो, उत्तर के रूप में लिखना है। इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए कोई अतिरिक्त समय नहीं दिया जाएगा।
 - खण्ड-‘ब’ में प्रश्न संख्या **11** से **16** तक अति लघु-उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **2 अंक** निर्धारित हैं।
 - खण्ड-‘स’ में प्रश्न संख्या **17** से **28** तक लघु-उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **4 अंक** निर्धारित हैं।
 - खण्ड-‘द’ में प्रश्न संख्या **29** से **33** तक दीर्घ-उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **6 अंक** निर्धारित हैं।
 - सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं। पूर्ण प्रश्न-पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है।



SECTION – A

खण्ड – अ

- 1 For what value of x , the matrix $A = \begin{bmatrix} 4 & 3-x \\ -3 & 1+x \end{bmatrix}$ is singular? 1

x के किस मान के लिए आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 4 & 3-x \\ -3 & 1+x \end{bmatrix}$ व्युत्क्रमणी है?

(A) $\frac{5}{7}$ (B) -13

(C) $\frac{5}{2}$ (D) $-\frac{13}{7}$

- 2 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 5x}{3x^2}$ is equal to : 1

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 5x}{3x^2}$ बराबर है :

(A) $\frac{25}{9}$ (B) $\frac{5}{3}$

(C) $\frac{25}{3}$ (D) $\frac{3}{5}$

- 3 The degree of the differential equation $2\frac{d^3y}{dx^3} + 3\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + 5\frac{dy}{dx} + y = 0$ is : 1

अवकल समीकरण $2\frac{d^3y}{dx^3} + 3\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + 5\frac{dy}{dx} + y = 0$ की कोटी है :

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) 4



4 If $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$ and $A + B$ is an identity matrix, then matrix B is : 1

यदि $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$ तथा $A + B$ एक इकाई आव्यूह है, तो आव्यूह B होगा :

(A) $\begin{bmatrix} -4 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

5 Which one of the following sentences is not a statement? 1

(A) 7 is an odd number.

(B) $\sqrt{3}$ is not a rational number.

(C) Mathematics is a difficult subject.

(D) There are 10 months in a year.

निम्न वाक्यों में से कौन सा एक वाक्य कथन नहीं है?

(A) 7 एक विषम संख्या है।

(B) $\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या नहीं है।

(C) गणित एक कठीन विषय है।

(D) एक वर्ष में 10 महीने होते हैं।

6 $\int \frac{1}{x^2 + 4} dx$ is equal to : 1

$\int \frac{1}{x^2 + 4} dx$ बराबर है :

(A) $\tan^{-1} \frac{x}{2} + c$

(B) $\sin^{-1} \frac{x}{2} + c$

(C) $\frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{x}{2} + c$

(D) $\frac{1}{4} \log \left| \frac{x+2}{x-2} \right| + c$



7 If $y = x^3 \log x$, then $\frac{dy}{dx}$ at $x = 1$ is equal to : 1

यदि $y = x^3 \log x$ है, तो $x = 1$ पर $\frac{dy}{dx}$ बराबर है :

- (A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 4

8 If A is an invertible matrix of order 3 and $|A| = 5$, then $|adj A|$ is : 1

यदि A क्रम 3 का व्युत्क्रमणीय आव्यूह है तथा $|A| = 5$ है, तो $|adj A|$ होगा :

- (A) 25 (B) 125
(C) 625 (D) 5

9 The interval in which the function $f(x) = \cos x$ in $(0, 2\pi)$ is increasing is : 1

वह अन्तराल जिसमें फलन $f(x) = \cos x$, $(0, 2\pi)$ पर, वर्धमान है :

- (A) $(0, \pi)$ (B) $(\pi, 2\pi)$
(C) $(0, 2\pi)$ (D) $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$

10 The direction ratios of the line $6x - 5 = 3y - 1 = 2z + 4$ are : 1

रेखा $6x - 5 = 3y - 1 = 2z + 4$ के दिक् अनुपात हैं :

- (A) 5, 1, -4 (B) 6, 3, 2
(C) $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ (D) $\frac{5}{6}, \frac{1}{3}, -2$



SECTION – B

खण्ड – ब

11 For the principal values, evaluate

2

$$\tan^{-1} 1 + \cos^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right) + \sin^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right)$$

मुख्य मानों के लिए

$$\tan^{-1} 1 + \cos^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right) + \sin^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right) \text{ का मान ज्ञात कीजिए।}$$

12 The edge of a variable cube is increasing at the rate of 5 cm/sec. How fast is the volume of the cube increasing when the edge is 3 cm long?

2

एक परिवर्तनशील घन का किनारा 5 सेमी/सेकण्ड की दर से बढ़ रहा है। जब किनारा 3 सेमी लम्बा है, तो घन का आयतन किस दर से बढ़ रहा है?

13 Write (i) converse and (ii) contrapositive of the statement

2

"If a number is divisible by 3, then the sum of its digits is divisible by 3".

कथन "यदि कोई संख्या 3 से विभाजित होती है, तो उसके अंकों का जोड़ 3 से विभाजित होता है"

का (i) विलोम तथा (ii) प्रतिधनात्मक लिखिए।



14 Find the value of λ for which the vectors

2

$$\vec{a} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 9\hat{k} \text{ and } \vec{b} = -2\hat{i} + 4\hat{j} + \lambda\hat{k} \text{ are}$$

(i) parallel (ii) perpendicular.

λ का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए सदिश $\vec{a} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 9\hat{k}$ तथा

$$\vec{b} = -2\hat{i} + 4\hat{j} + \lambda\hat{k}$$

(i) समान्तर हैं (ii) लम्बवत् हैं।

OR / अथवा

Find the angle between the planes $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) = 5$ and $\vec{r} \cdot (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) = 6$.

तलों $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) = 5$ तथा $\vec{r} \cdot (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) = 6$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

15 If $f : \{4, 6, 7\} \rightarrow \{1, 2, 4\}$ and $g : \{1, 2, 4\} \rightarrow \{1, 5, 6\}$ be defined

2

as $f = \{(4, 2), (6, 4), (7, 1)\}$ and $g = \{(2, 1), (1, 6), (4, 5)\}$, then define $g \circ f$.

यदि $f : \{4, 6, 7\} \rightarrow \{1, 2, 4\}$ तथा $g : \{1, 2, 4\} \rightarrow \{1, 5, 6\}$ इस प्रकार परिभाषित है कि

$f = \{(4, 2), (6, 4), (7, 1)\}$ तथा $g = \{(2, 1), (1, 6), (4, 5)\}$, तो $g \circ f$ परिभाषित कीजिए।

16 Find the second order derivative of $\tan x + \log(\sin x)$ w.r.t. x .

2

x के सापेक्ष, $\tan x + \log(\sin x)$ का दूसरी कोटि का अवकलज ज्ञात कीजिए।



SECTION – C

खण्ड – स

- 17 Find x , if 4
 x ज्ञात कीजिए, यदि

$$\begin{bmatrix} -2 & x & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ x \end{bmatrix} = 0$$

- 18 Find 4

ज्ञात कीजिए $\int \frac{1}{(x+1)(2x+1)} dx$.

OR / अथवा

Draw a sketch of the region bounded by the curve $y^2 = 4x$ and the lines $x=1$ and $x=4$ using integration, find the area of this bounded region.

वक्र $y^2 = 4x$ तथा रेखाओं $x=1$ तथा $x=4$ के बीच घिरे क्षेत्र का ग्राफ खींचें तथा समाकलन का प्रयोग करते हुए इस घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

- 19 Find the values of a and b if $f(x)$ is a continuous function for 4
all $x \in R$.

a तथा b के मान ज्ञात कीजिए यदि $f(x)$ सभी $x \in R$ पर एक सतत फलन है।

$$f(x) = \begin{cases} ax - 2b & , x \leq 1 \\ 3x - 1 & , 1 < x < 2 \\ 2ax + b & , 2 \leq x \end{cases}$$



- 20 If $3\sin(xy) + 4\cos(xy) = 5$, then find $\frac{dy}{dx}$. 4

यदि $3\sin(xy) + 4\cos(xy) = 5$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

If $x^y = y^x$, then find $\frac{dy}{dx}$.

यदि $x^y = y^x$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

- 21 Find the derivative of $\tan^{-1}(\sqrt{1+x^2} + x)$ with respect to x . 4

$\tan^{-1}(\sqrt{1+x^2} + x)$ का x के सापेक्ष अवकलज ज्ञात कीजिए।

- 22 Find the equation of the plane passing through the point $(-1, 2, 1)$ and perpendicular to the line joining the points $(-3, 1, 2)$ and $(2, 3, 4)$. 4

बिन्दु $(-1, 2, 1)$ से होकर जाने वाले उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं $(-3, 1, 2)$ तथा $(2, 3, 4)$ से होकर जाती हुई रेखा पर लम्ब है।

- 23 Evaluate 4
मान ज्ञात कीजिए

$$\int_0^{\pi/2} \log \tan x \, dx$$



24 Using properties of determinants, prove that

4

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$$

25 Find

4

ज्ञात कीजिए

$$\int \frac{4x}{2x^2 + x - 1} dx$$

26 Find whether the relation R on the set Z of all integers defined by

4

$(x, y) \in R \Leftrightarrow x - y$ is divisible by 3, is an equivalence relation on Z .

ज्ञात कीजिए कि पूर्णांक संख्याओं के समुच्चय Z में सम्बन्ध R जो $(x, y) \in R \Leftrightarrow x - y,$

3 से विभाजित होता है द्वारा परिभाषित है, क्या Z पर एक समतुल्य सम्बन्ध है?

27 Prove that

4

सिद्ध कीजिए

$$\cot^{-1} 7 + \cot^{-1} 8 + \cot^{-1} 18 = \cot^{-1} 3$$



28 For any three vectors $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, prove that

4

$$[\vec{b} \quad \vec{a} + \vec{c} \quad \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}] = 0$$

कोई तीन सदिशों $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ के लिए सिद्ध कीजिए कि

$$[\vec{b} \quad \vec{a} + \vec{c} \quad \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}] = 0$$

OR / अथवा

If $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are three vectors such that $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, then prove that

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}.$$

यदि तीन सदिश $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ इस प्रकार हैं कि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}.$$



SECTION – D

खण्ड – द

- 29 A manufacturer makes almirahs and trunks. He has two Machines 6

A and B. The almirahs requires 3 hours on Machine A and 3 hours on Machine B. The trunk requires 3 hours on Machine A and 2 hours on Machine B. Machines A and B can work for almost 18 hours and 15 hours per day respectively. He earns a profit of ₹ 800 per almirah and ₹ 700 per trunk. Formulate this as a LPP and find graphically how many almirahs and trunks must he make each day to make maximum profit?

एक निर्माता अलमारियां तथा ट्रंक बनाता है। उसके पास दो मशीनें A तथा B हैं। एक अलमारी को बनाने के लिए मशीन A पर 3 घंटे तथा मशीन B पर भी 3 घंटे आवश्यक हैं। एक ट्रंक को बनाने में मशीन A पर 3 घंटे तथा मशीन B पर 2 घंटे आवश्यक हैं। मशीन A तथा B प्रतिदिन अधिकतम क्रमशः 18 घंटे तथा 15 घंटे ही काम कर सकती है। वह एक अलमारी पर ₹ 800 तथा एक ट्रंक पर ₹ 700 कमाता है। इसे एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में लिखिए। आलेख द्वारा ज्ञात कीजिए कि अधिकतम लाभ पाने के लिए वह प्रतिदिन कितनी अलमारी तथा ट्रंक बनाए?

- 30 Using matrices, solve the following system of equations : 6

आव्यूह विधि का प्रयोग करते हुए निम्न समीकरणों के निकाय को हल कीजिए :

$$x - 2y = 10$$

$$2x + y + 3z = 8$$

$$-2y + z = 7$$

- 31 Prove that the area of right angled triangle of given hypotenuse is maximum 6
when the triangle is isosceles.

सिद्ध कीजिए कि दिए गए विकर्ण वाले समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल अधिकतम होगा जब यह त्रिभुज समद्विबाहु होगा।



32 Find the particular solution of the differential equation

6

$$x \frac{dy}{dx} = y - \sqrt{x^2 + y^2} \text{ given that } y=1 \text{ when } x=0.$$

अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} = y - \sqrt{x^2 + y^2}$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि $y=1$

जब $x=0$ है।

OR / अथवा

Find the particular solution of the differential equation

$$(x^2 - 1) \frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{x^2 - 1}, \text{ given } y(0) = 0.$$

अवकल समीकरण $(x^2 - 1) \frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{x^2 - 1}$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि

$y(0) = 0$ है।

33 Show that the lines

6

$$\vec{r} = -(\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}) + \lambda(3\hat{i} + 5\hat{j} + 7\hat{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = (2\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(\hat{i} + 4\hat{j} + 7\hat{k})$$

are coplanar. Find the Cartesian equation of the plane containing these lines.

दर्शाइए कि रेखाएँ

$$\vec{r} = -(\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}) + \lambda(3\hat{i} + 5\hat{j} + 7\hat{k}) \text{ तथा}$$

$$\vec{r} = (2\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(\hat{i} + 4\hat{j} + 7\hat{k})$$

समतलीय हैं। उस समतल का कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए जिसमें ये रेखाएँ स्थित हैं।

OR / अथवा



Find the distance of the point $(1, -1, 2)$ from the plane determined by the points $(3, -1, 2)$, $(5, 2, 4)$ and $(-1, -1, 6)$.

बिन्दुओं $(3, -1, 2)$, $(5, 2, 4)$ तथा $(-1, -1, 6)$ से निर्धारित समतल की बिन्दु $(1, -1, 2)$ से दूरी ज्ञात कीजिए।





Roll No.
अनुक्रमांक

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

